

## Modul Stochastik in der Grundschule



von Elke Binner und Marianne Grassmann erstellt im Kurs „Inhaltsbereiche der Mathematik unter fachdidaktischer Perspektive: Stochastik in der Grundschule“ (6-jährige Grundschule).

### Möglicher Ablauf des Moduls

#### Intensivkurs „Inhaltsbereiche der Mathematik unter fachdidaktischer Perspektive: Stochastik in der Grundschule“

In der Folge wird eine Standardvariante des mehrfach erprobten Intensivkurses „Inhaltsbereiche der Mathematik unter fachdidaktischer Perspektive: Stochastik in der Grundschule“ dargestellt.

### 1. Präsenztage

#### Sandwich-Phasen



##### Baustein 1 | Daten und Häufigkeiten 1:

- Die Teilnehmenden planen eine Datenerhebung, führen sie durch und stellen die ermittelten Daten dar. Damit wird Vorwissen der Lehrpersonen reaktiviert, Wissen erweitert und Denk-/Arbeitsweisen werden bewusst gemacht.
- Die bewusste Reflexion des eigenen Lernens bildet die Brücke zur Gestaltung von Lehr-/Lernprozessen mit Grundschulkindern.



##### Baustein 2 | Daten und Häufigkeiten 2:

- Es werden Aufgaben bearbeitet, um typische stochastische Arbeitsweisen herauszustellen (Daten erheben, aufbereiten, darstellen), die Bedeutung von Kennwerten zu erkennen und diese selbst zu ermitteln und zu interpretieren.
- Die Relevanz für die Grundschule wird ergründet. Die Chancen für die Arbeit in heterogenen Lerngruppen werden an Schülerlösungen exemplarisch diskutiert: Individuelle Zugänge und Vorgehensweisen, Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen, Sprachentwicklung.
- Die Teilnehmenden erhalten Anregungen und erarbeiten gemeinsam Beispiele für eine Erprobung im Unterricht (im Rahmen einer [PLG](#)). Für die Kommunikation/den Austausch wird eine Moodle-Arbeitsplattform eingerichtet.



##### Distanzphase:

- Selbststudium/Nacharbeit: Selbstlernplattform *PriMakom*, Fachauftrag für fachliche Vertiefung.
- Unterrichtserprobung (auch kollegiale Hospitation): Dokumentation in einem Erfahrungsbericht.

## 2. Präsenztage



### Reflexion:

- Fachlicher Auftrag – Lösungswege besprechen, fachliche Nachfragen klären.
- Arbeit im Tandem (PLG) – [Baustein 7](#)
- Unterrichtserprobung: Aufgabe, Ziele/Anforderungen, Inhalte, Methoden, Schwierigkeiten/Impulse, Schülerlösungen.



### Baustein 3 | Kombinatorik 1:

- Die Teilnehmenden finden unterschiedliche Darstellungs- und Lösungswege für kombinatorische Problemstellungen und wählen angemessene Darstellungen zur Lösung eines Problems aus. Damit wird Vorwissen der Lehrpersonen reaktiviert, Wissen erweitert und Denk-/Arbeitsweisen werden bewusst gemacht.
- Die bewusste Reflexion des eigenen Lernens bildet die Brücke zur Gestaltung von Lehr-/Lernprozessen mit Grundschulkindern.



### Baustein 4 | Kombinatorik 2:

- Die Teilnehmenden lernen das Fundamentalprinzip der Kombinatorik kennen und können kombinatorische Figuren inhaltlich unterscheiden. Sie sind in der Lage Aufgabenstellungen, denen Permutation, Variation und Kombination zugrunde liegen, mit angemessenen Mitteln zu lösen.
- Die Relevanz für die Grundschule wird ergründet. Die Chancen für die Arbeit in heterogenen Lerngruppen werden herausgearbeitet: Individuelle Zugänge und Vorgehensweisen, die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen, Sprachentwicklung.
- Die Teilnehmenden erhalten Anregungen und erarbeiten gemeinsam Beispiele für eine Erprobung im Unterricht ([Baustein 7](#)). Für Kommunikation/Austausch wird Moodle genutzt.



### Distanzphase:

- Selbststudium/Nacharbeit: Selbstlernplattform *PriMakom*, Fachauftrag für fachliche Vertiefung.
- Unterrichtserprobung (auch kollegiale Hospitation): Dokumentation in einem Erfahrungsbericht.

## 3. Präsenztage



### Reflexion:

- Fachlicher Auftrag – Lösungswege besprechen, fachliche Nachfragen klären.
- Arbeit im Tandem (PLG) – [Baustein 7](#)
- Unterrichtserprobung: Aufgabe, Ziele/Anforderungen, Inhalte, Methoden, Schwierigkeiten/Impulse, Schülerlösungen.



### Baustein 5 | Zufall und Wahrscheinlichkeit 1:

- Die Teilnehmenden untersuchen Zufallserscheinungen, erwerben ein Verständnis vom Phänomen Zufall und erschließen sich den klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Damit wird Vorwissen der Lehrpersonen reaktiviert, Wissen erweitert und Denk-/Arbeitsweisen werden bewusst gemacht.
- Die bewusste Reflexion des eigenen Lernens bildet die Brücke zur Gestaltung von Lehr-/Lernprozessen mit Grundschulkindern.



**Baustein 6 | Zufall und Wahrscheinlichkeit 2:**

- Die Untersuchung von verschiedenen Zufallsgeneratoren bietet den Zugang zur inhaltlichen Erweiterung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs (Statistische Wahrscheinlichkeit). Die Teilnehmenden ermitteln, interpretieren und schätzen Wahrscheinlichkeiten auf der Grundlage von Häufigkeiten.
- Es werden Wege aufgezeigt, erprobt und reflektiert, um die Entwicklung von stochastischen Denk- und Arbeitsweisen bei Kindern zu ermöglichen. Die Chancen für die Arbeit in heterogenen Lerngruppen werden an Schülerlösungen exemplarisch diskutiert: Individuelle Zugänge und Vorgehensweisen, Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen, Sprachentwicklung.
- Die Teilnehmenden erhalten Anregungen und erarbeiten gemeinsam Beispiele für eine Erprobung im Unterricht (PLG). Für Kommunikation/Austausch wird Moodle genutzt.



**Distanzphase:**

- Selbststudium/Nacharbeit: Selbstlernplattform *PriMakom*, Fachauftrag für fachliche Vertiefung.
- Unterrichtserprobung (auch kollegiale Hospitation): Dokumentation in einem Erfahrungsbericht.

## 4. Präsenztage



**Reflexion:**

- Fachlicher Auftrag – Lösungswege besprechen, fachliche Nachfragen klären.
- Arbeit im Tandem (PLG) – [Baustein 7](#)
- Unterrichtserprobung: Aufgabe, Ziele/Anforderungen, Inhalte, Methoden, Schwierigkeiten/Impulse, Schülerlösungen.



**Baustein 7 | Aufgabenkultur – Leitidee Daten und Zufall in der GS:**

- Die Teilnehmenden illustrieren die Bildungsstandards Mathematik Primarstufe und Anforderungen des RLP durch Aufgabenbeispiele. Es werden Aufgaben variiert, um aufsteigende und komplexere Anforderungen zu illustrieren und ein Verständnis des Spiralcurriculums zu erwerben.
- Lehrwerke werden gesichtet und Aufgaben analysiert. Aufgabenstellungen werden so bearbeitet, um einerseits allen Kindern ein Zugang zu sichern und andererseits Aufgaben zu verändern, um Kindern individuelle und herausfordernde Lernangebote zu unterbreiten (Heterogenität/Inklusion).
- Aufgaben und Lösungsprozesse werden unter dem Blickwinkel „Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen“ betrachtet.



**Distanzphase:**

- Selbststudium/Nacharbeit: Selbstlernplattform *PriMakom*, Literaturhinweise.
- Konzeptionelle Überlegungen zur weiteren Arbeit an der Schule/im Netzwerk/in der Region.

## Zielgruppe und Ziele

Praktizierende Mathematik-Lehrpersonen der Grundschule und der Eingangsstufe der Sek I (auch fachfremd Unterrichtende und Berufseinsteiger)

Die Teilnehmenden:

- erwerben grundlegendes Wissen zur (beschreibenden) Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.
- entwickeln ein Verständnis zu stochastischen Denk- und Arbeitsweisen und zur Ausgestaltung stochastischer Bildung im Mathematikunterricht.
- lernen mit- und voneinander in einer Professionellen Lerngemeinschaft (PLG).

## Hintergrund

Der Inhaltsbereich Stochastik ist in allen aktuellen Lehrplänen der Primarstufe und Sekundarstufe enthalten. Dies stellt die Mehrzahl der Grundschullehrpersonen vor neue Herausforderungen. Die fachwissenschaftlich ausgerichtete Fortbildung bietet einerseits fachfremd Unterrichtenden die Möglichkeit, berufsbegleitend mathematisches Wissen in der Stochastik zu erwerben. Andererseits erhalten langjährig tätige ausgebildete Fachlehrpersonen und Berufseinsteigende ein Angebot, ihr Fachwissen aufzufrischen bzw. sich mit den spezifischen Inhalten und der *Leitidee Daten und Zufall* in der Grundschule und am Eingang zur Sekundarstufe auseinanderzusetzen. Die fachdidaktische Perspektive nimmt insbesondere die spezifischen Möglichkeiten der Stochastik für die Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen in den Blick.

## Grundidee des Moduls

Dieses Modul orientiert sich an der inhaltlichen **Leitidee Daten und Zufall** (*Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten*), fokussiert die mathematischen Inhaltsbereiche (beschreibende) Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Es werden Bezüge zu anderen mathematischen Inhaltsbereichen und Unterrichtsfächern hergestellt. Die fachdidaktische Perspektive nimmt insbesondere die spezifischen Möglichkeiten der Stochastik für den Umgang mit Heterogenität in den Blick, thematisiert in diesem Zusammenhang die Entwicklung prozessbezogener mathematischer Kompetenzen, sowie deren Bedeutung für die Unterrichtsgestaltung und die individuelle Förderung aller Kinder.

Die Teilnehmenden werden von Anfang an aktiv einbezogen. Zunächst setzen sie sich selbst als **Lernende** mit mathematischen Inhalten, Konzepten und Prozessen auseinander. In Fortführung sind sie dann als **Lehrende** gefordert, mathematische Lehr-Lern-Prozesse im Mathematikunterricht einer sechsjährigen Grundschule zu verstehen und zu gestalten. Diese beiden Rollen werden den Teilnehmenden bewusst gemacht, um die Phasen des eigenen fachlichen Lernens von der fachdidaktischen Aufbereitung der Inhalte für die Arbeit mit den Kindern abzugrenzen.

Das Modul ist bewusst für **Lehrpersonen ganz unterschiedlicher Ausbildungsstände** konzipiert worden. Damit trägt es der Heterogenität der im Mathematikunterricht an einer (6-jährigen) Grundschule tätigen Lehrpersonen Rechnung.

Es hat sich bewährt, die teilnehmenden Lehrpersonen im Kurs anzuregen, als **Professionelle Lerngemeinschaften (PLG)** zu arbeiten. Neben der kollegialen Zusammenarbeit in der Kursgruppe wird auch die gemeinsame Arbeit in den Schultandems angeregt. Dafür analysieren die Teilnehmenden zunächst ihre persönliche Ausgangssituation bezüglich des fachlichen Schwerpunkts. Sie finden und benennen ein für die Gruppe relevantes Problem ihres Mathematikunterrichts. Sie entwickeln dazu Lösungsansätze in Form von Aufgaben bzw. Unterrichtsreihen. Diese werden erprobt, das Vorgehen wird dokumentiert, reflektiert und die Ergebnisse allen Kursteilnehmenden zur Verfügung gestellt. Damit realisieren die teilnehmenden Lehrpersonen Veränderungen im eigenen Unterricht. Diese Herangehensweise wird mit den Kursteilnehmenden reflektiert, und es werden Hemmnisse und Gelingensbedingungen herausgestellt.

Mit PLG-Arbeit kann Schulentwicklung in besonderer Weise realisiert werden. Die teilnehmenden Schultandems erarbeiten gemeinsam die Umsetzung von Ideen aus der Fortbildung in ihrem eigenen Unterricht und regen dadurch auch Unterrichtsentwicklung in der eigenen Fachgruppe an.

Es hat sich bewährt, die erprobten Unterrichtsbeispiele (Erfahrungsbericht, Aufgaben und Schülerlösungen) nach Abschluss des Moduls in Form einer **Aufgabensammlung** den Teilnehmenden zur Verfügung zu stellen.

Das Modul wurde mehrfach erprobt. Es besteht aus vier einzelnen Fortbildungsmodulen (à 2 Bausteinen), die auch als separate Fortbildungseinheiten genutzt werden können:

- Daten und Häufigkeiten
- Kombinatorik
- Zufall und Wahrscheinlichkeit
- Leitidee Daten und Zufall

## Verfügbare Module/Bausteine

### Modul Daten und Häufigkeiten

#### Daten und Häufigkeiten 1

Die Teilnehmenden erhalten Gelegenheit, sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ – konkret: *Daten erheben, aufbereiten und darstellen* – fachlich zu qualifizieren, die Relevanz dieser mathematischen Inhalte und stochastischer Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule auszuloten und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule gemeinsam zu erarbeiten.

#### Daten und Häufigkeiten 2

Die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Gelegenheit sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ – konkret: *Daten darstellen, Kennwert ermitteln und interpretieren* – fachlich zu qualifizieren, die Relevanz dieser mathematischen Inhalte und stochastischer Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule auszuloten und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule gemeinsam zu erarbeiten.

### Modul Kombinatorik

#### Kombinatorik 1

Die Teilnehmenden erhalten Gelegenheit, sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ fachlich zu qualifizieren. Schwerpunkt ist *Kombinatorik, als eine Voraussetzung, um Wahrscheinlichkeiten zu berechnen. Die Teilnehmenden kennen unterschiedliche Darstellungs- und Lösungswege für kombinatorische Problemstellungen und können angemessene Darstellungen zur Lösung eines Problems wählen.* Die Relevanz dieser Inhalte und der stochastischen Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule werden ausgelotet und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule wird gemeinsam erarbeitet.

#### Kombinatorik 2

Die Teilnehmenden erhalten Gelegenheit, sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ fachlich zu qualifizieren. Schwerpunkt ist *Kombinatorik: Die Teilnehmenden kennen das Fundamentalprinzip des Zählens und können kombinatorische Figuren inhaltlich unterscheiden. Sie sind in der Lage, Aufgabenstellungen, denen Permutation, Variation und Kombination zugrunde liegen, mit angemessenen Mitteln zu lösen.* Die Relevanz dieser Inhalte und der stochastischen Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule werden ausgelotet und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule wird gemeinsam erarbeitet.

**Modul**  
**Zufall und**  
**Wahrscheinlich-**  
**keit**

**Zufall und Wahrscheinlichkeit 1**

Die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Gelegenheit, sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ – konkret: Zufall und klassische Wahrscheinlichkeit – fachlich zu qualifizieren, die Relevanz dieser mathematischen Inhalte und der stochastischen Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule auszuloten und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule gemeinsam zu erarbeiten.

**Zufall und Wahrscheinlichkeit 2**

Die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Gelegenheit sich zum curricularen Themenfeld „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ – konkret: Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren – fachlich zu qualifizieren, die Relevanz dieser mathematischen Inhalte und stochastischer Denk- und Arbeitsweisen für die Grundschule auszuloten und die fachdidaktische Umsetzung im eigenen Unterricht und an der Schule gemeinsam zu erarbeiten.

**Modul**  
**Leitidee Daten**  
**und Zufall**

**Aufgabenkultur**

Die Teilnehmenden illustrieren gemeinsam durch Aufgabenbeispiele die Bildungsstandards Mathematik Primarstufe und Anforderungen des Lehrplans. Es werden Aufgaben variiert, um aufsteigende und komplexere Anforderungen zu veranschaulichen und ein Verständnis vom Spiralcurriculum zu erwerben.

Lehrwerke werden gesichtet und Aufgaben analysiert. Aufgabenstellungen werden bearbeitet, um einerseits allen Kindern einen Zugang zu sichern und andererseits Aufgaben zu verändern, um Kindern individuelle und herausfordernde Lernangebote zu unterbreiten (Heterogenität/Inklusion).

Aufgaben und Lösungsprozesse werden unter dem Blickwinkel „Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen“ betrachtet.

Entsprechend des Bedarfs der Teilnehmenden:

**Sprachentwicklung**  
**Lernen und Leisten**

## Eine andere Darstellung

### Ablauf | Realisierter Intensivkurs „Inhaltsbereiche der Mathematik unter fachdidaktischer Perspektive: Stochastik in der Grundschule“

		Inhalte
Vorbereitung		<i>Vorab-Online-Befragung</i> Vorbereitender Auftrag
1. Präsenztage	09:30 Uhr	Einführung in die Qualifizierung/ <i>Pre-Test</i>
	10:15 – 15:00 Uhr	Einführung – Stochastik in der Grundschule – Statistik
	15:00 – 17:00 Uhr	Vorbereitung der Praxisphase Einstieg in die Entwicklung einer professionellen Lerngemeinschaft Arbeit mit Moodle <i>Feedback Präsenztage</i>
Praxisphase		Selbststudium/ <i>Selbsttest</i> Umsetzung in der Praxis
2. Präsenztage	09:30 – 10:30 Uhr	Reflexion der Praxisphase/ <i>Zwischenbefragung</i>
	10:45 – 15:30 Uhr	Stochastik in der Grundschule – Exkurs Kombinatorik
	15:30 – 17:00 Uhr	Vorbereitung der Praxisphase/ Arbeit als professionelle Lerngemeinschaft <i>Feedback Präsenztage</i>
Praxisphase		Selbststudium/ <i>Selbsttest</i> Umsetzung in der Praxis
3. Präsenztage	09:30 – 10:30 Uhr	Reflexion der Praxisphase/ <i>Zwischenbefragung</i>
	10:45 – 15:30 Uhr	Stochastik in der Grundschule – Zufall und Wahrscheinlichkeit
	15:30 – 17:00 Uhr	Vorbereitung der Praxisphase/Arbeit als professionelle Lerngemeinschaft
Praxisphase		Selbststudium/ <i>Selbsttest</i> Umsetzung in der Praxis
4. Präsenztage	09:30 – 10:30 Uhr	Reflexion der Praxisphase/ <i>Zwischenbefragung</i>
	10:45 – 15:00 Uhr	Stochastik in der Grundschule – Denk- und Arbeitsweisen – Leitidee Daten und Zufall (Linienführung im RLP 1–6)
	15:00 – 15:45 Uhr	<i>Post-Test</i>
	15:45 – 16:30 Uhr	Konzept/Überlegungen zur weiteren Umsetzung an der Schule/im Netzwerk/in der Region
	16:30 – 17:00 Uhr	<i>Feedback</i> und Abschluss der Qualifizierung
<i>6 Monate später Online-Befragung</i>		



## Übersicht

### Einbindung von stochastischen Bausteinen in Qualifikationsmaßnahmen

